

مناهج المرحلة الثانوية

المؤلفة

هند العديني

الأستاذة / هند علي العديني

نفيدكم علما بأنه قد تم تسجيل عملكم الموسوم بـ:

متعة الرياضيات في الخرائط الذهنية والمفاهيمية مناهج المرحلة الثانوية

تحت رقم إيداع 1442/2027 وتاريخ 1442/03/20 هـ، ورقم ردمك 978-603-03-5787-1

بِسۡمِ ٱللَّهِ ٱلرَّحۡمَٰنِ ٱلرَّحِيمِ

إهداء للميدان التعليمي

أحمد الله عز وجل على منه و عونه أن سهل لي جمع أعمالي من الخرائط و الملخصات لمناهج مادة الرياضيات المرحلة الثانوية و التي سهلت عليا توصيل المعلومة لطالباتي و كان سببا في تعميق الفهم لطالباتي خلال سنوات عديدة في هذا الكتيب الذي اسأل الله أن يجعله علما ينتفع به و صدقة جارية عني و عن والدي و اتمنى أن أكون قد وفقت لتقديم عمل مفيد و نافع للميدان التعليمي ينتفع منه الجميع بإذن الله مع الحفاظ على اللأمانة العلمية و حفظ الحقوق .

معلمة الرياضيات

هند علي العديني

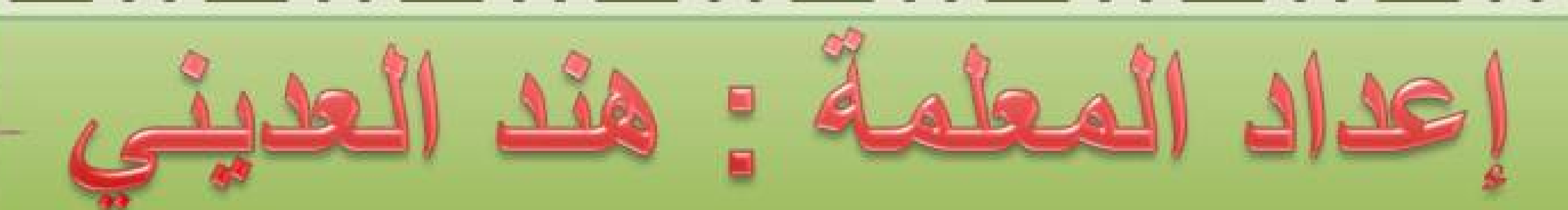
إعداد المعلمة : هند العديني

المقدمة

خرائط المفاهيم تعرف خرائط المفاهيم بأنّها تخطيط رسوم تمتلك بُعدين، وتوضع فيها مفاهيم المواد والأبحاث الدراسيّة بشكلٍ هرمي؛ بحيث يوضع في قمة الهرم مواد المفاهيم الأساسيّة ذات الشمولية العالية والخصوصيّة القليلة، وتوضعٍ في قاعدة الهرم مواد المفاهيم ذات الشموليّة القليلة والخصوصيّة العالية، وترتبط هذه المفاهيم بين بعضها البعض من خلال علاقة مفهومة. تعتبر خرائط المفاهيم وسيلةً لتمثيل العلاقات بين الأفكار، والصور، والكلمات المختلفة، وتستخدم في مجالات التخطيط، والتدريس، والتلخيص، والتقييم لمواد دراسيّة، ومعرفة قدرة الطلبة على فهم واستيعاب تلك المفاهيم الموجودة فيها، بالإضافة إلى اختبار الطالب بقدرة على تذكر المفاهيم السابقة .

أهميّة خرائط المفاهيم للمتعلّم ربط المفاهيم بين بعضها البعض، وتكوين علاقة بينهما. يستطيع تحديد المفاهيم المتشابهة مع بعضها، وفصل المختلف منها. القدرة على التمييز بين المفاهيم ذات المعنى القريب أو المتشابة. تحديد المعلومات المهمة والأساسية، والمعلومات المتفرّعة والجانبيّة. تسهل دراسة المادة، وفهمها جيداً، وإزالة اللبس فيها، وهذا يساعد على تفادي المشكلات التي يمكن أن تقع أثناء الدراسة، والمحافظة على ارتفاع التحصيل الدراسي.

أهمية خرائط المفاهيم للمعلم صناعة ملخّصات لأجزاء مختلفة من المادّة الدراسية التي تسهّل عملية التدريس تزيد من القدرة المعلّم على الانتباه أثناء إعداد أفكارهم. تسهل تقييم الطلبة من خلال هذه الخرائط، وهذا يساعد على توجيه الطلبة إلى أخطائهم لتفاديها في المستقبل. تطوير العلاقة الثنائية بين المعلم والطلبة، وهذا يساهم في تطوير أدائهم.



MATH



إعداد المعلمة : هند العديني



إعداد المعلمة : هند العديني

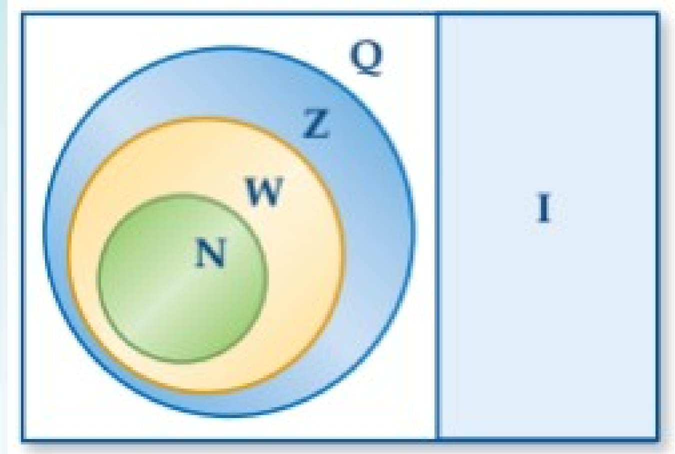
وصف المجموعات الجزئية من مجموعة الأعداد الحقيقية

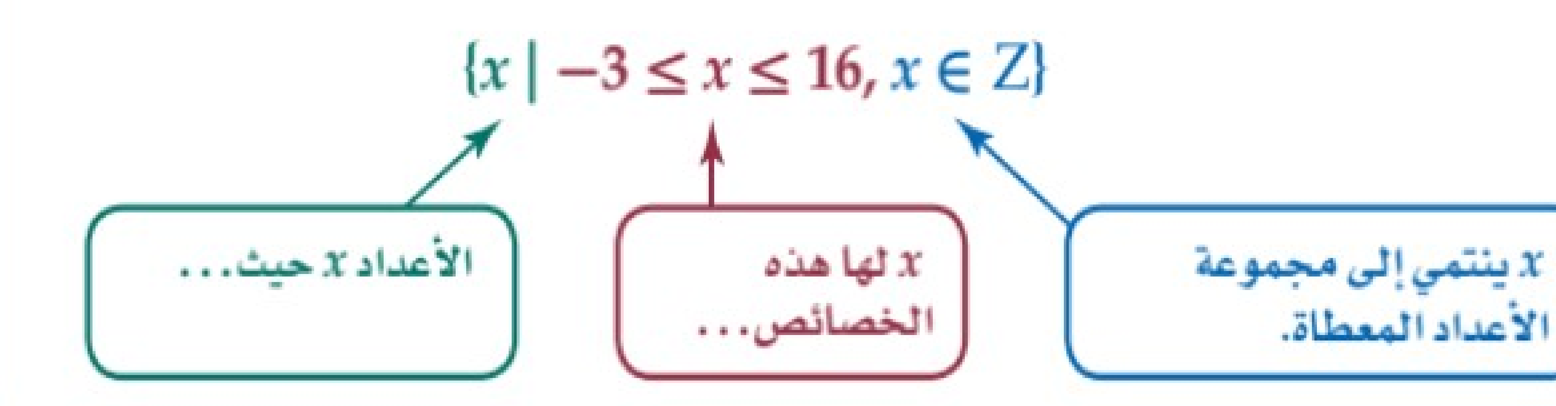
إعداد المعلمة
هند العديني

الخاصية المميزة

إذ تستعملُ الصفة المميزة للمجموعة خصائص الأعداد ضمن المجموعة لتعريفها. **ويقرأ الرمز " | " حيث،**
والرمز " ∈ " ينتمي إلى أو عنصر في .







الفترات الحقيقية

فترات غير محدودة		فترات محدودة	
رمز الفترة	المتباينة	رمز الفترة	المتباينة
$[a, \infty)$	$x \ge a$	$[a, b]$	$a \le x \le b$
$(-\infty, a]$	$x \le a$	(a, b)	$a < x < b$
(a, ∞)	$x > a$	$[a, b)$	$a \le x < b$
$(-\infty, a)$	$x < a$	$(a, b]$	$a < x \le b$
$(-\infty, \infty)$	$-\infty < x < \infty$		

الرمزان ∪ ، ∩:

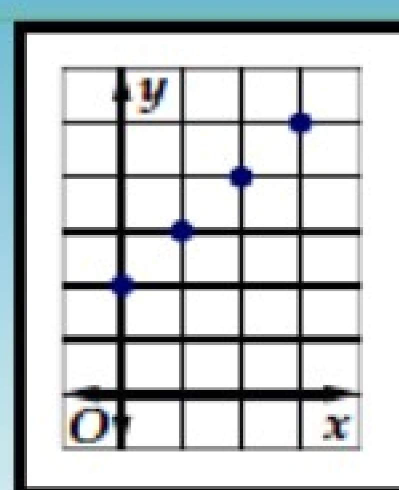
يُقرأ الرمز "∪" (اتحاد)، ويعني: جميع العناصر المنتمية إلى كلا المجموعتين.

يُقرأ الرمز "∩" (تقاطع)، ويعني: جميع العناصر المشتركة بين المجموعتين.

تمثيل العلاقة

لفظيًا: جملة تصف كيفية ارتباط عناصر المجال بعناصر المدى.
مثلًا: يرتبط كل عنصر من المجال بالعنصر الذي يزيد عليه قيمةً بمقدار 2 من المدى.

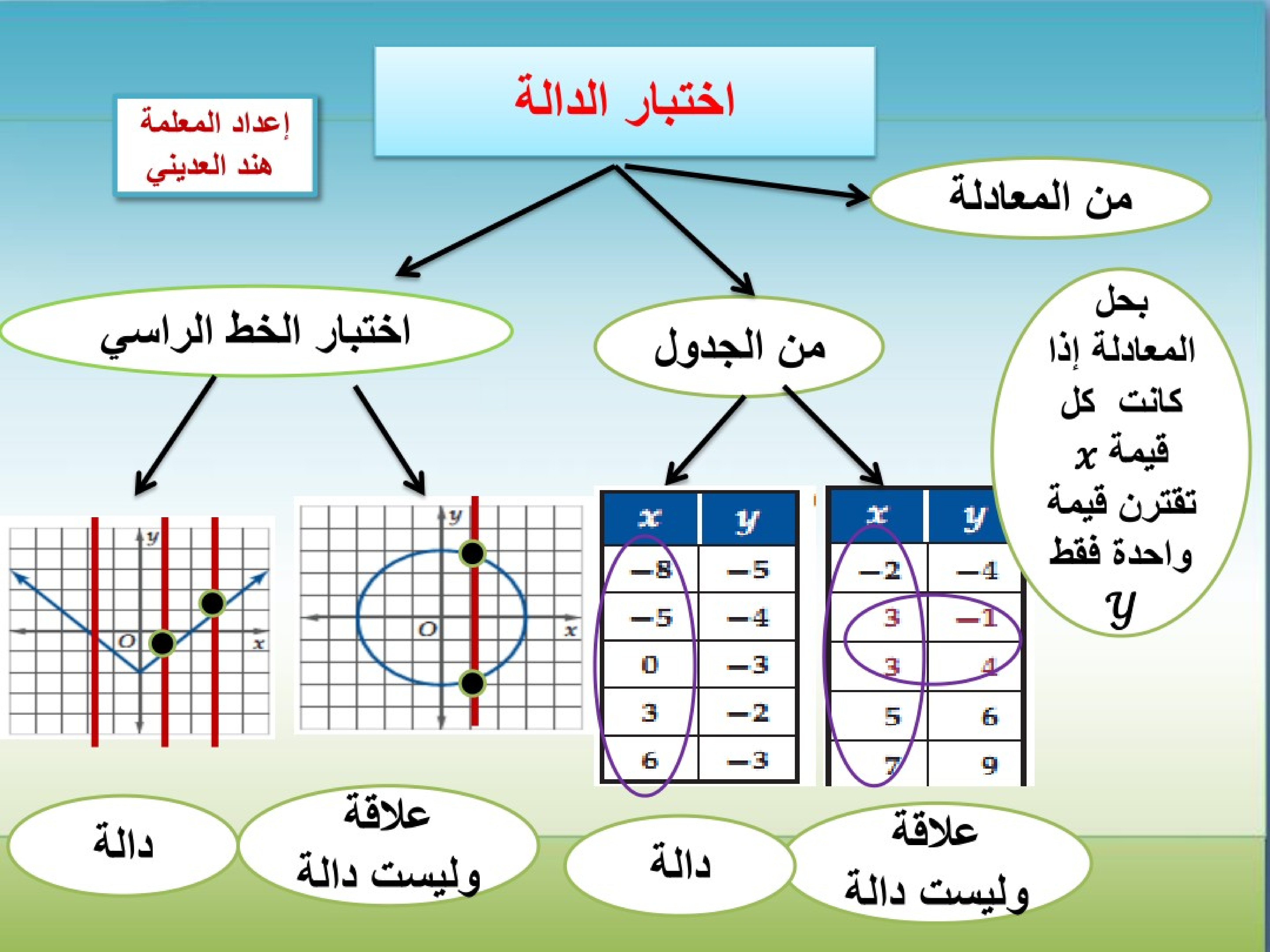
بيانيًا: تحديد نقاط في المستوى الإحداثي تمثّل الأزواج المرتبة.



عدديًا: جدول من القيم أو مجموعة من الأزواج المرتبة تربط عنصرًا من المجال (قيمة x) بعنصر من المدى (قيمة y).
مثلًا: $\{(0, 2), (1, 3), (2, 4), (3, 5)\}$

جبريًا: معادلة جبرية تربط بين الإحداثيين x, y لكل زوج من الأزواج المرتبة. مثلًا: $y = x + 2$

إعداد المعلمة
هند العديني



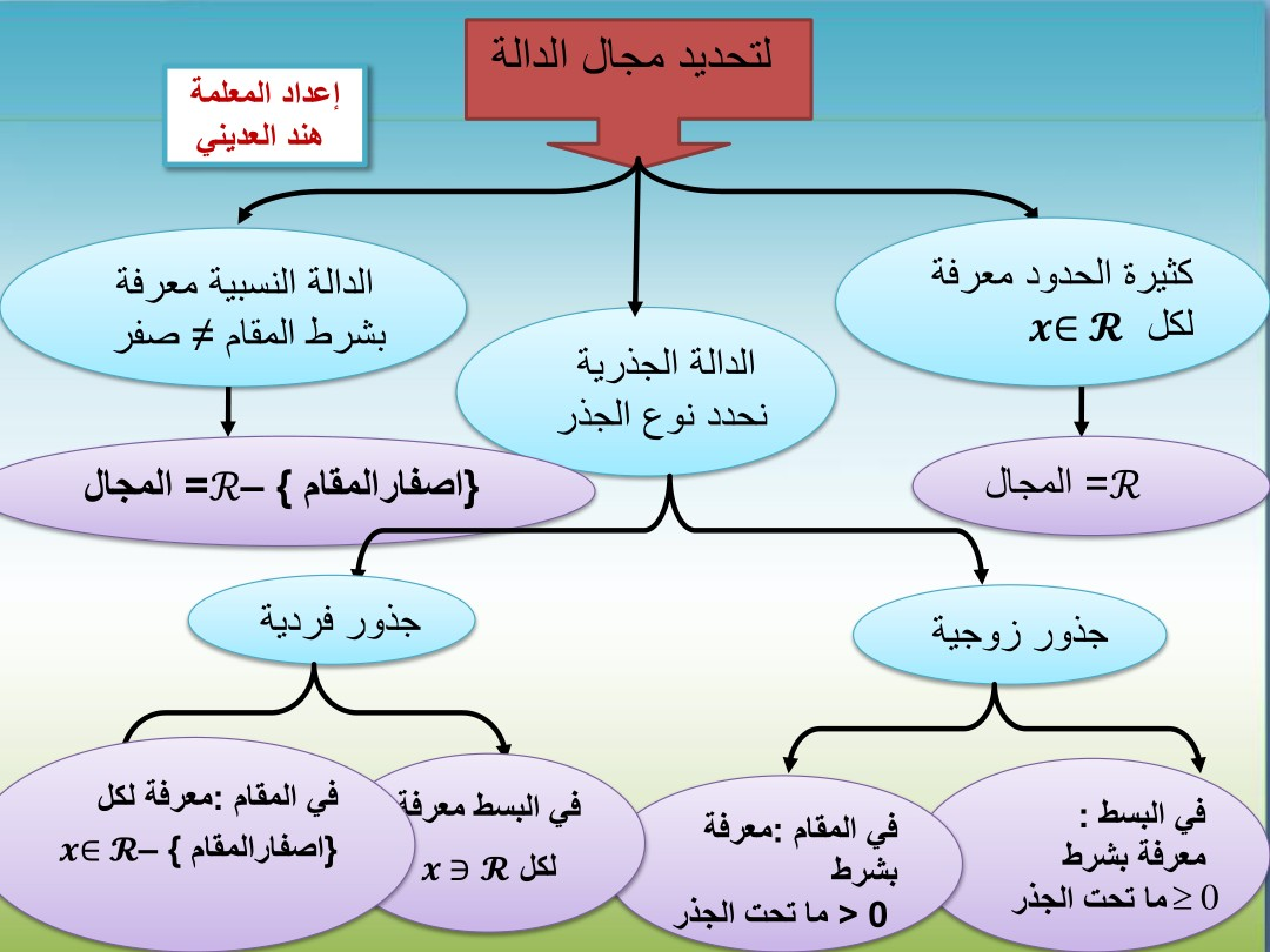
اختبار الدالة
إعداد المعلمة
هند العديني
من المعادلة
بحل المعادلة إذا كانت كل قيمة x تقترن قيمة واحدة فقط y
اختبار الخط الراسي
من الجدول
y
x
O
دالة
علاقة وليست دالة

x	y
−8	−5
−5	−4
0	−3
3	−2
6	−3

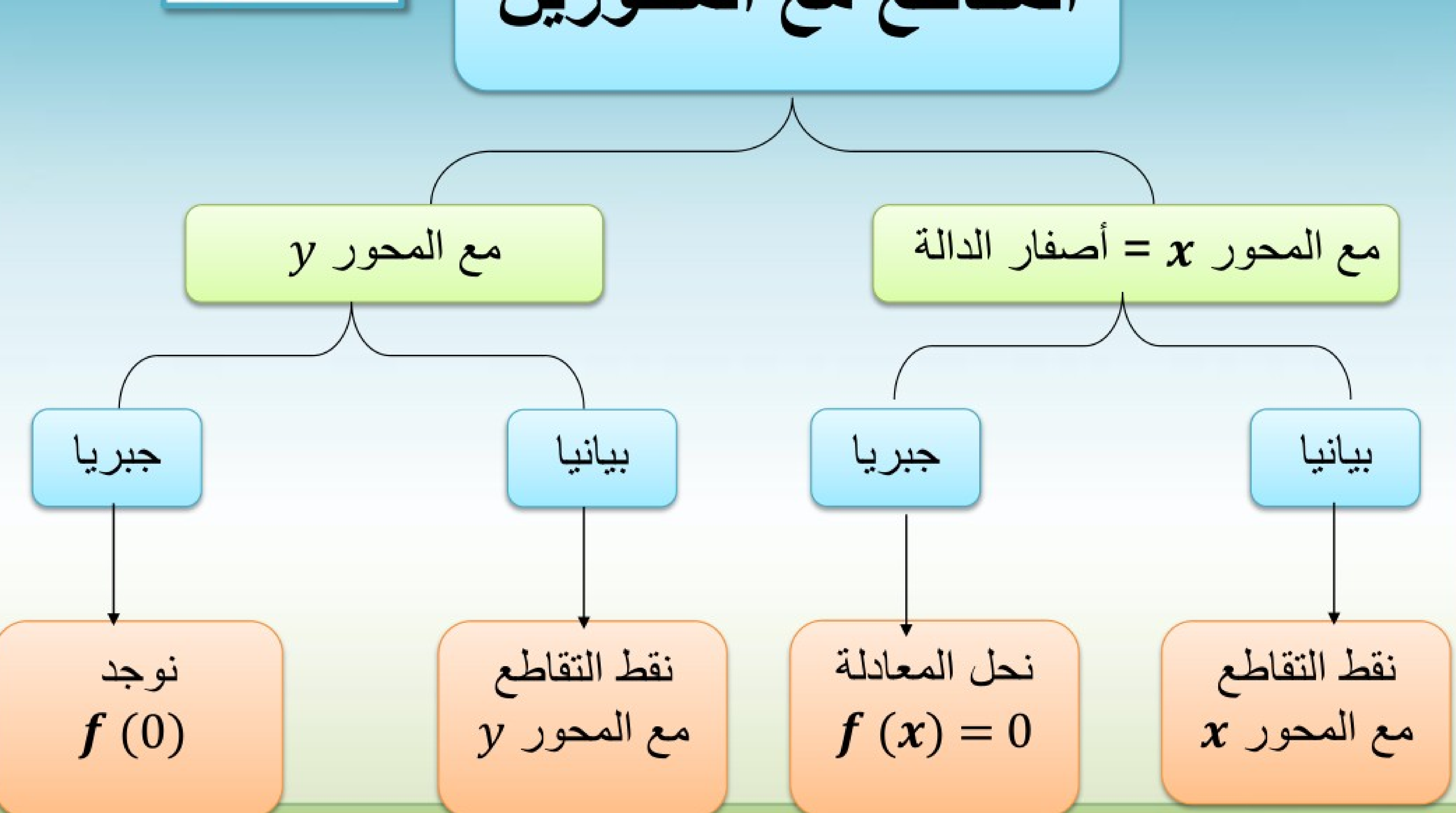
دالة

x	y
−2	−4
3	−1
3	4
5	6
7	9

علاقة وليست دالة



لتحديد مجال الدالة
إعداد المعلمة
هند العديني
كثيرة الحدود معرفة
لكل $x \in \mathcal{R}$
الدالة الجذرية
نحدد نوع الجذر
الدالة النسبية معرفة
بشرط المقام ≠ صفر
المجال $= \mathcal{R}$
المجال $= \mathcal{R} -$ {اصفار المقام}
جذور زوجية
جذور فردية
في البسط :
معرفة بشرط
ما تحت الجذر ≥ 0
في المقام :معرفة
بشرط
ما تحت الجذر < 0
في البسط معرفة
لكل $x \ni \mathcal{R}$
في المقام :معرفة لكل
$x \in \mathcal{R} -$ {اصفار المقام}


إعداد المعلمة
هند العديني
المقاطع مع المحورين
مع المحور y
مع المحور x = أصفار الدالة
جبريا
بيانيا
جبريا
بيانيا
نوجد
$f\ (0)$
نقط التقاطع
مع المحور y
نحل المعادلة
$f\ (x) = 0$
نقط التقاطع
مع المحور x

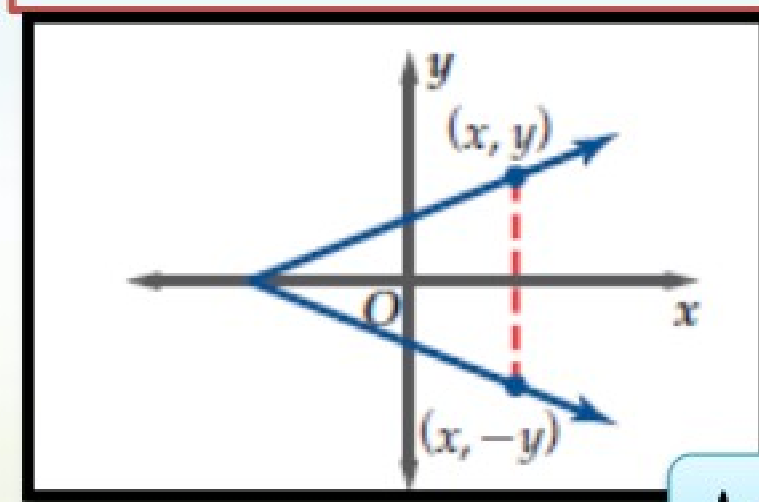
اختبار التماثل



١) بيانيا

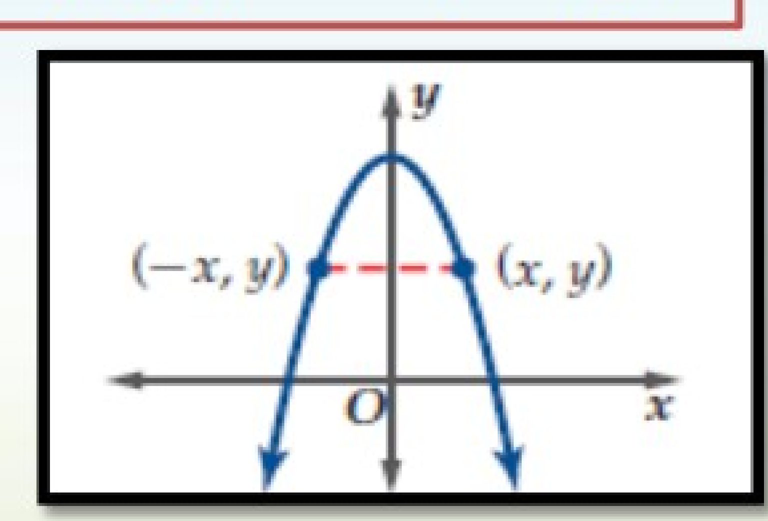
حول محور X

$(x, y) \rightarrow (x, -y)$



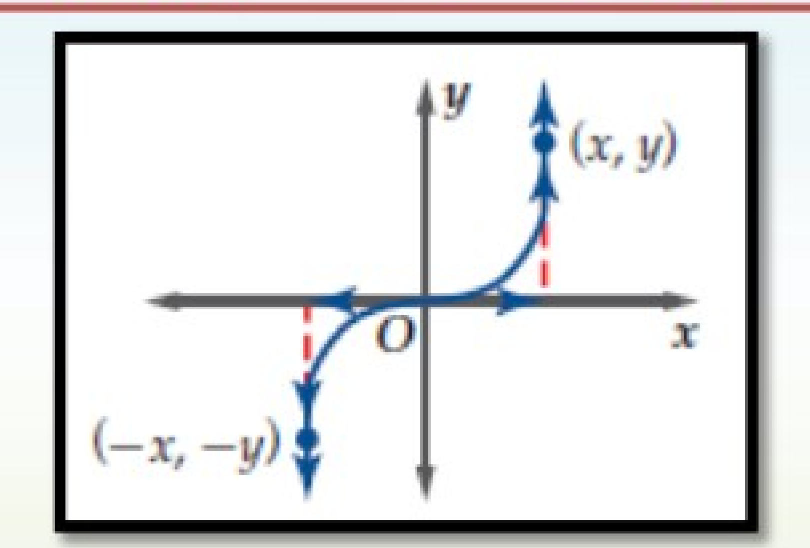
حول محور Y

$(x, y) \rightarrow (-x, y)$



حول نقطة الاصل

$(x,y) \rightarrow (-x, -y)$



٢) جبريا

إذا كان تعويض
$(-y)$ مكان (y)
يعطي معادلة مكافئة

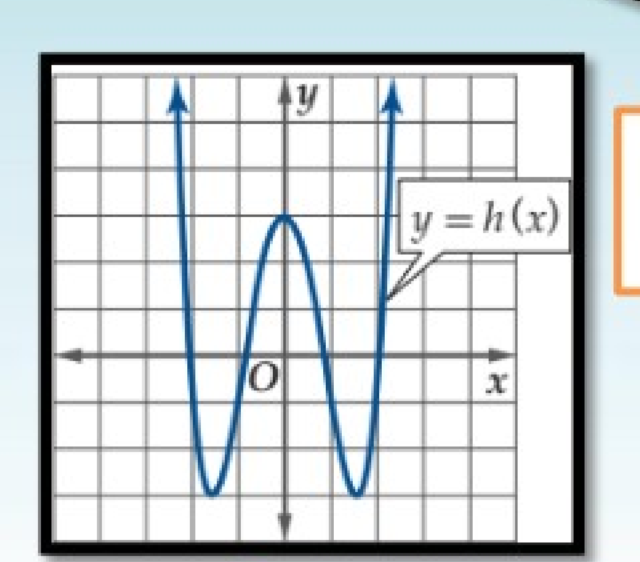
إذا كان تعويض
$(-x)$ مكان (x)
يعطي معادلة مكافئة

إذا كان تعويض
$(-x)$ مكان (x)
و $(-y)$ مكان (y)
يعطي معادلة مكافئة

إعداد المعلمة
هند العديني

الدالة

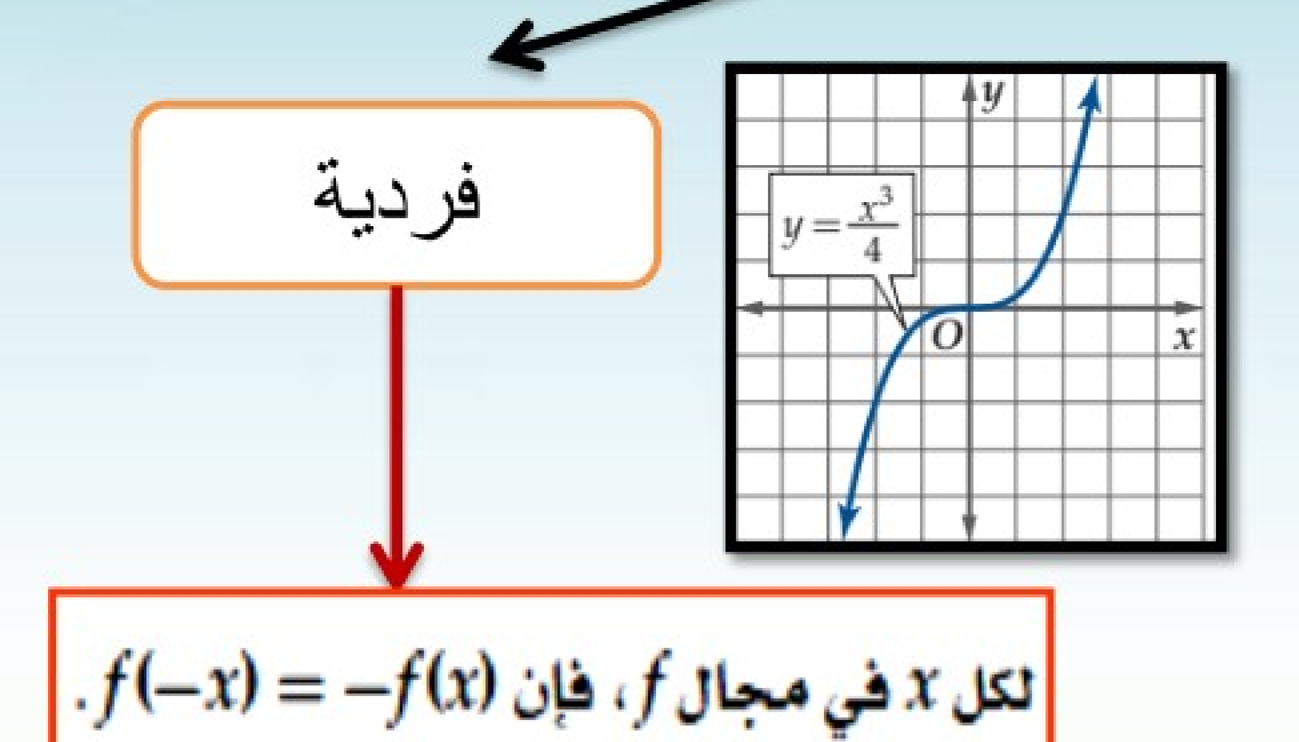
زوجية



لكل x في مجال f ، فإن $f(-x) = f(x)$.

المنحني متماثل حل محور y

فردية



لكل x في مجال f ، فإن $f(-x) = -f(x)$.

المنحني متماثل حول نقطة الأصل

أنواع عدم الاتصال

إعداد المعلمة
هند العديني

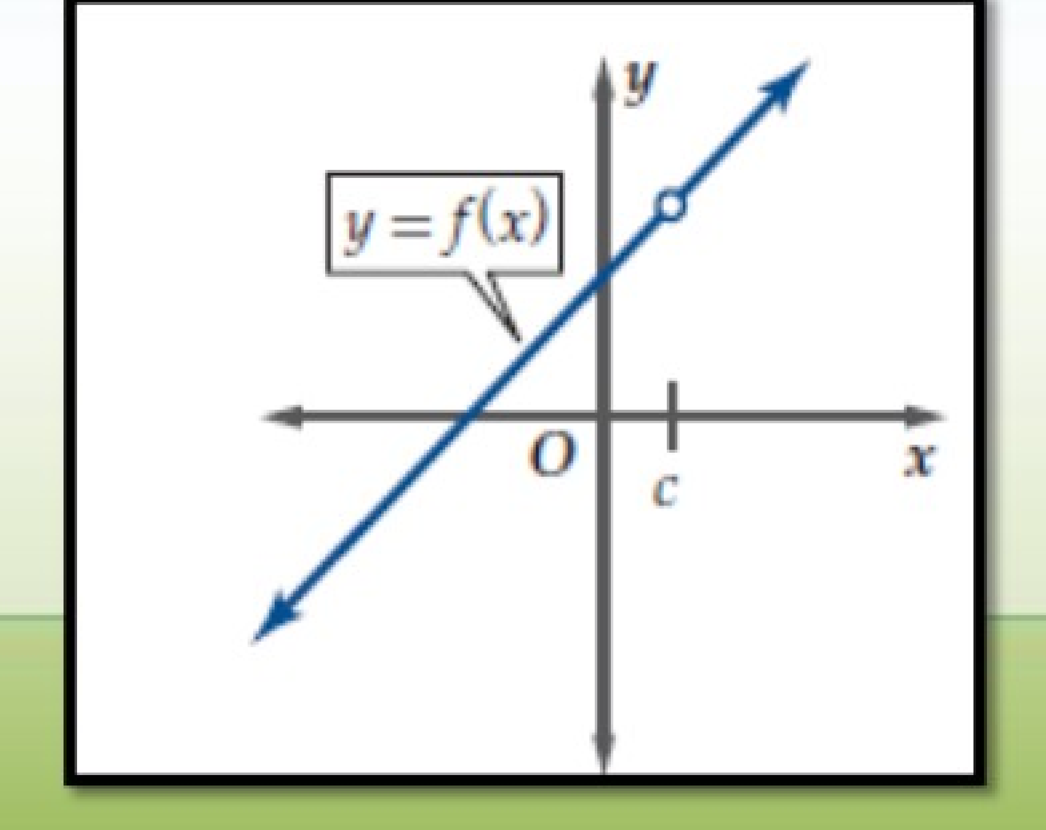
عدم اتصال غير قابل للإزالة

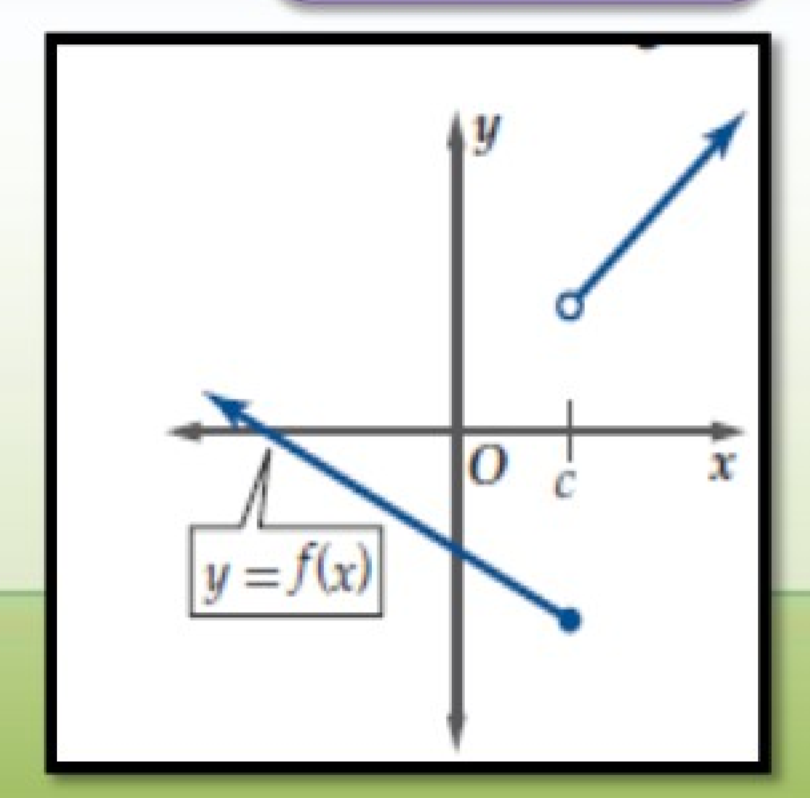
عدم اتصال قابل للإزالة

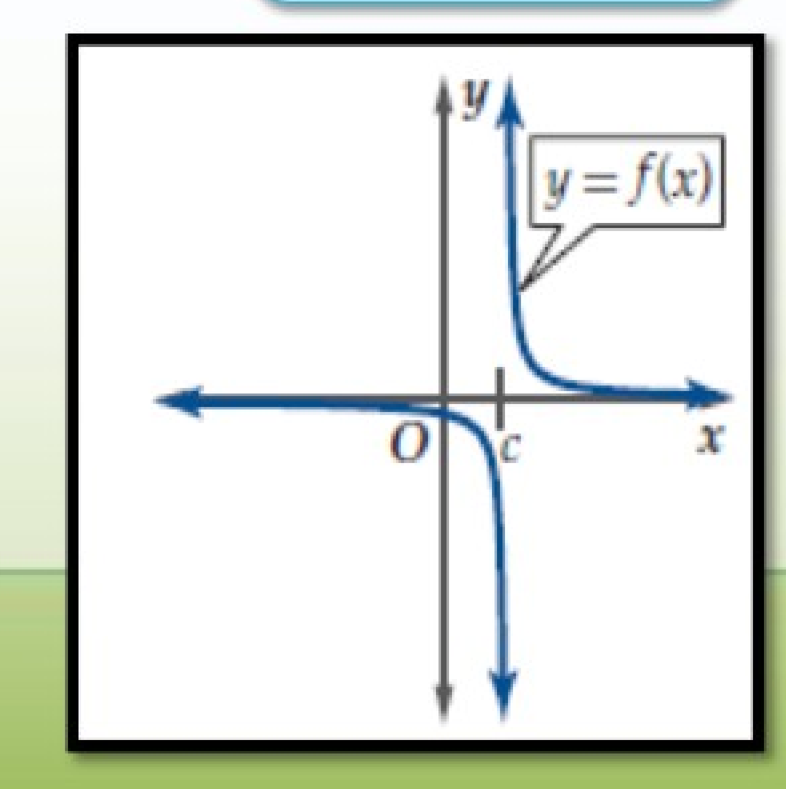
لانهائي

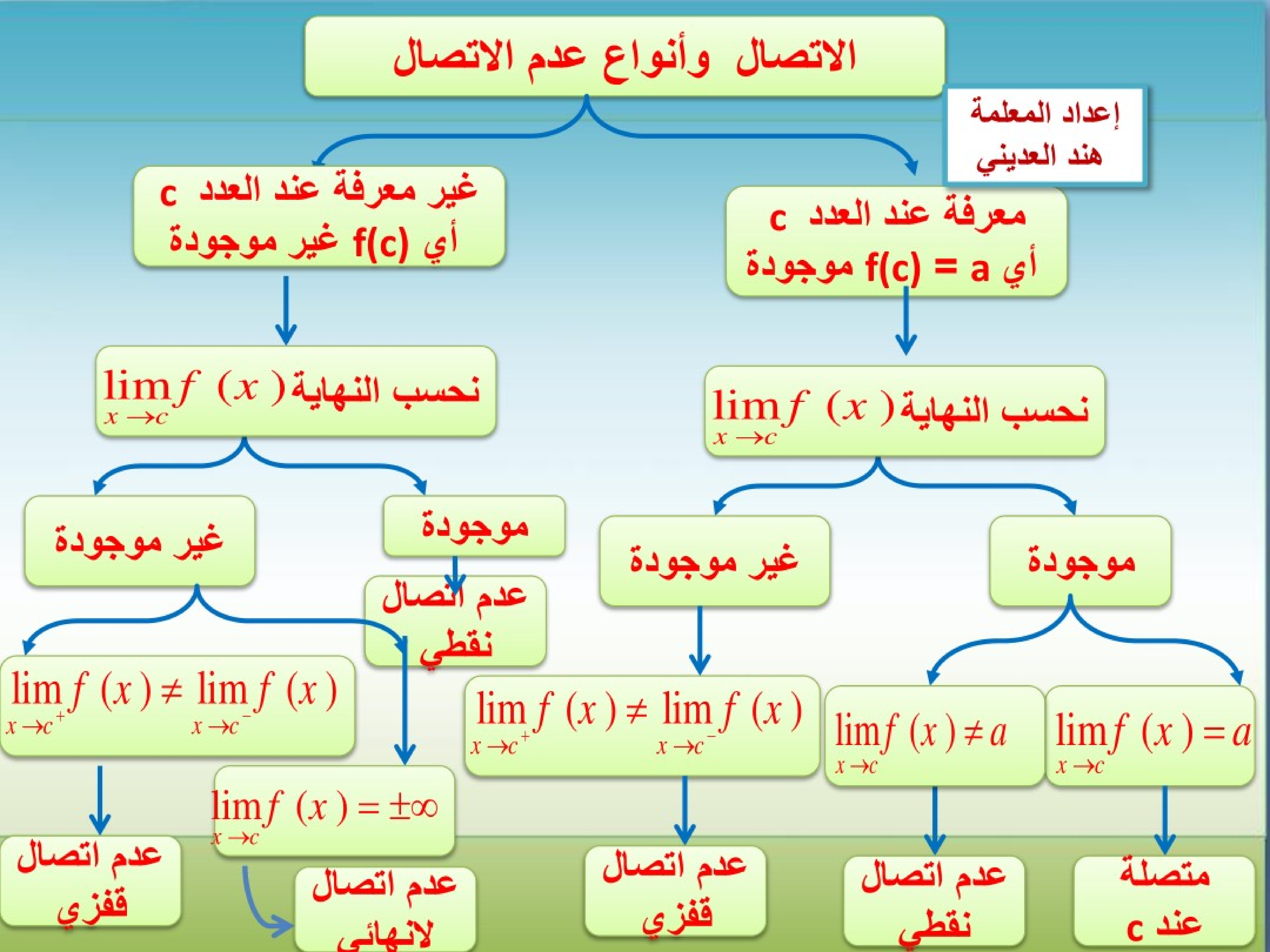
قفزي

عدم اتصال نقطي









الاتصال وأنواع عدم الاتصال
إعداد المعلمة
هند العديني
غير معرفة عند العدد c
أي f(c) غير موجودة
معرفة عند العدد c
أي f(c) = a موجودة
نحسب النهاية $\lim_{x \to c} f(x)$
نحسب النهاية $\lim_{x \to c} f(x)$
غير موجودة
موجودة
عدم اتصال
نقطي
غير موجودة
موجودة
$\lim_{x \to c^+} f(x) \neq \lim_{x \to c^-} f(x)$
$\lim_{x \to c} f(x) = \pm\infty$
$\lim_{x \to c^+} f(x) \neq \lim_{x \to c^-} f(x)$
$\lim_{x \to c} f(x) \neq a$
$\lim_{x \to c} f(x) = a$
عدم اتصال
قفزي
عدم اتصال
لانهائي
عدم اتصال
قفزي
عدم اتصال
نقطي
متصلة
عند c

خصائص الدالة

إعداد المعلمة
هند العديني

ثابتة

تكون الدالة f **ثابتة** على فترة ما إذا وفقط إذا لم تتغير قيم $f(x)$ لأي قيم x في الفترة.

لكل x_1 و x_2 في الفترة، فإن $f(x_1) = f(x_2)$.
عندما تكون $x_1 < x_2$.

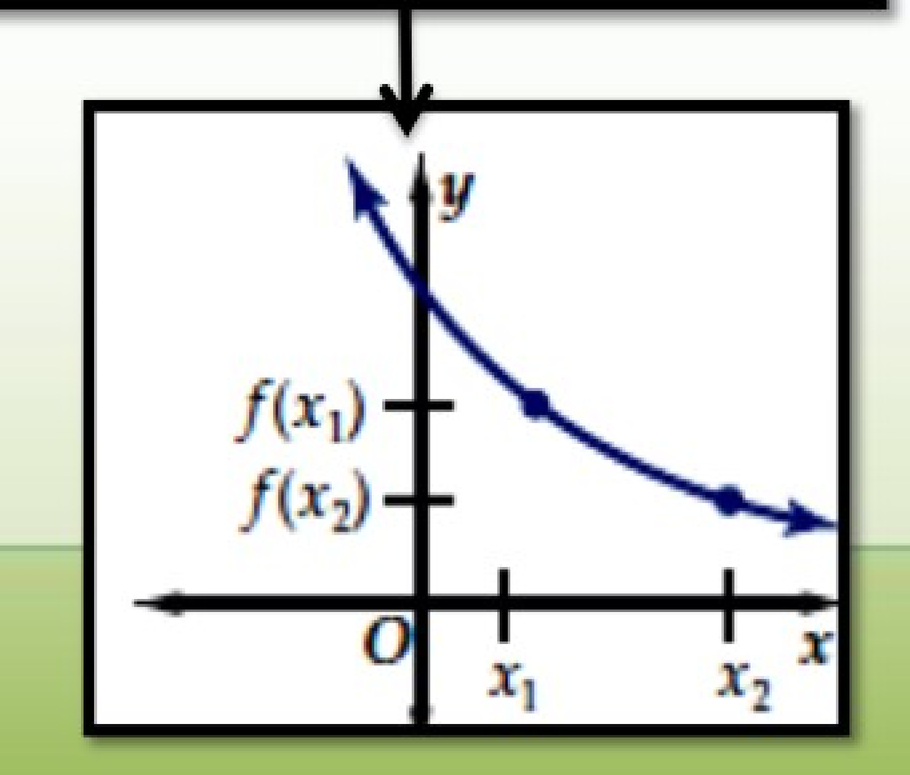
$f(x_2) = f(x_1)$

O x_1 x_2 x y

متناقصة

تكون الدالة f **متناقصة** على فترة ما إذا وفقط إذا تناقصت قيم $f(x)$ كلما زادت قيم x في الفترة .

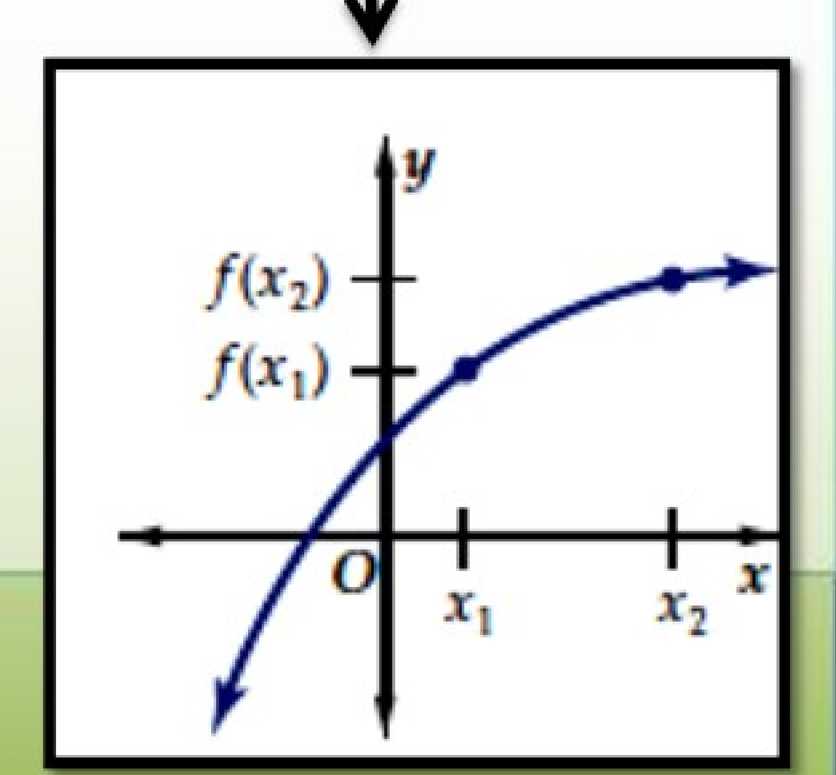
لكل x_1 و x_2 في الفترة، فإن $f(x_1) > f(x_2)$
عندما تكون $x_1 < x_2$.



متزايدة

تكون الدالة f **متزايدة** على فترة ما إذا وفقط إذا زادت قيم $f(x)$ كلما زادت قيم x في الفترة.

لكل x_1 و x_2 في الفترة، فإن $f(x_1) < f(x_2)$ عندما
تكون $x_1 < x_2$.



الإزاحة (الانسحاب)

إعداد المعلمة
هند العديني

أفقي

$g(x) = f(x + a)$

- $a \prec 0$
  نتحرك لليمين
- $a \succ 0$
  نتحرك لليسار

رأسي

$g(x) = f(x) + a$

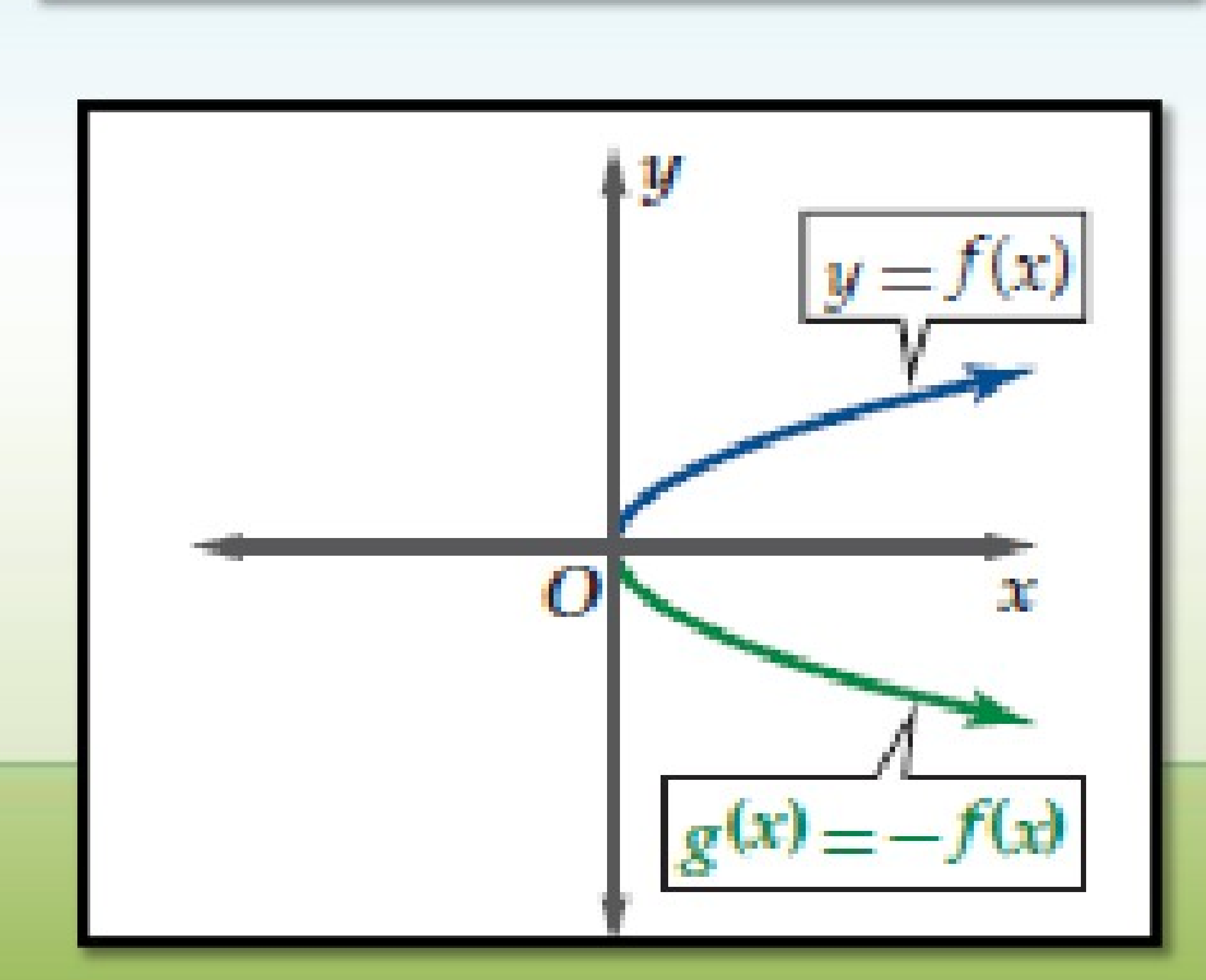
- $a \prec 0$
  نتحرك للأسفل
- $a \succ 0$
  نتحرك للأعلى

الانعكاس

إعداد المعلمة
هند العديني

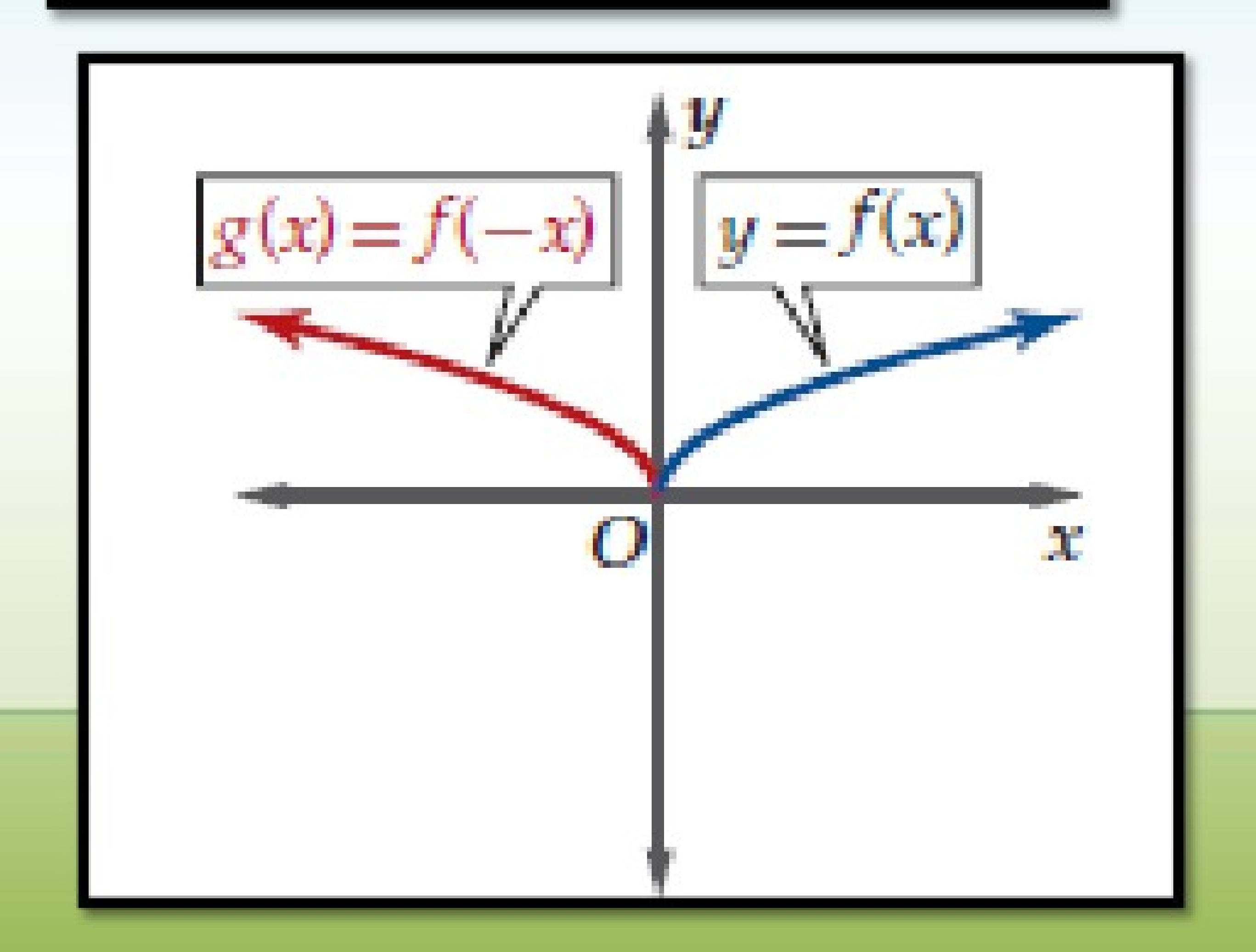
الانعكاس حول المحور x

منحنى الدالة $g(x) = -f(x)$ هو انعكاس لمنحنى الدالة $f(x)$ حول المحور x .



الانعكاس حول المحور y

منحنى الدالة $g(x) = f(-x)$ هو انعكاس لمنحنى الدالة $f(x)$ حول المحور y .



إعداد المعلمة
هند العديني

التمدد كل نقطة (x, y)

رأسي
$g(x) = af(x)$
نضرب الأحداثي y (x, ay)

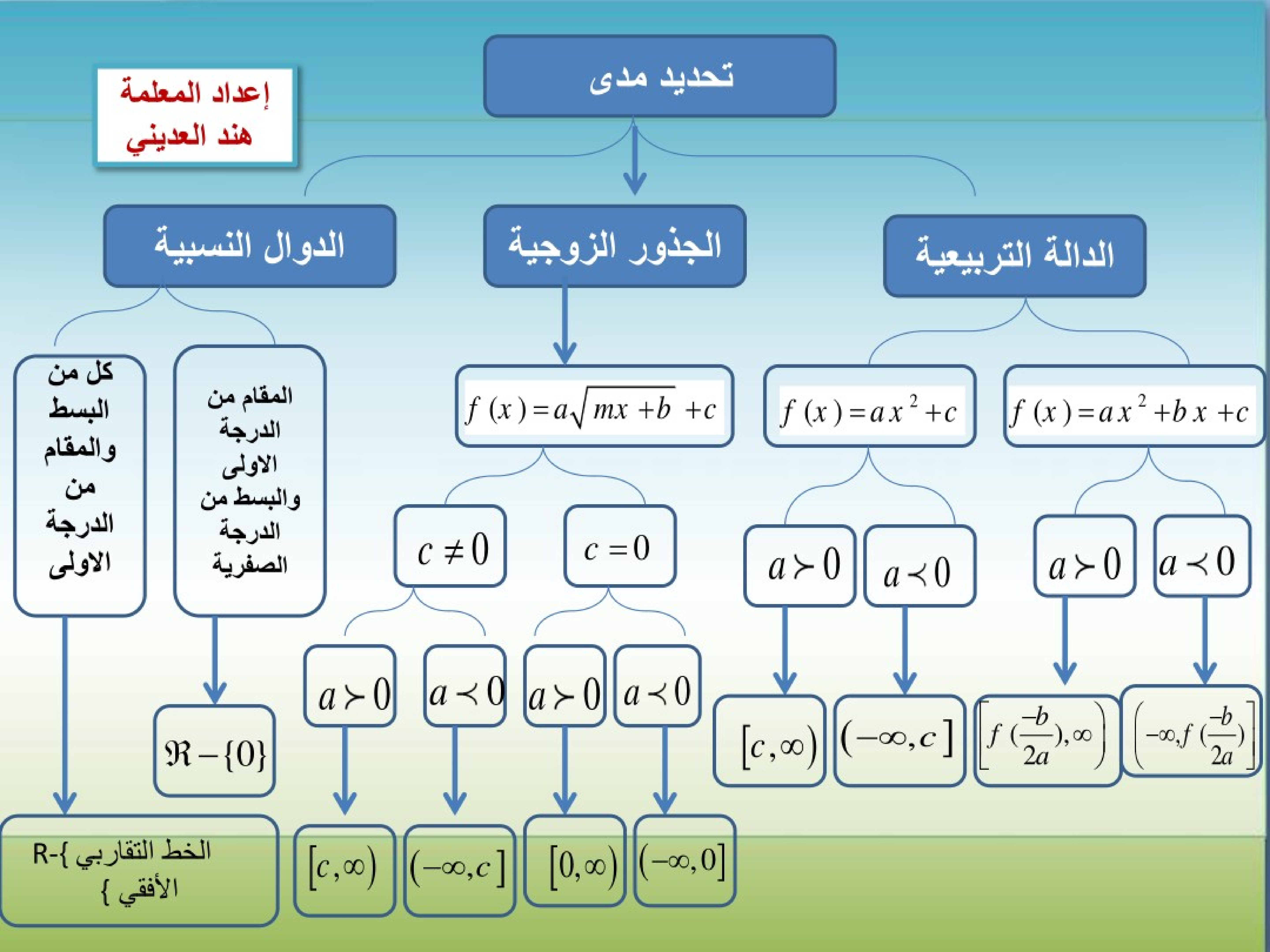
$a \succ 1$
توسع تبتعد
عن محور x
المسافة
الرأسية تزيد

$0 \prec a \prec 1$
تضيق تقترب
عن محور x
المسافة
الرأسية تقل

أفقي
$g(x) = f(ax)$
نقسم الأحداثي x $(\frac{x}{a}, y)$

$a \succ 1$
تضيق تقترب
عن محور y
المسافة
الأفقية تقل

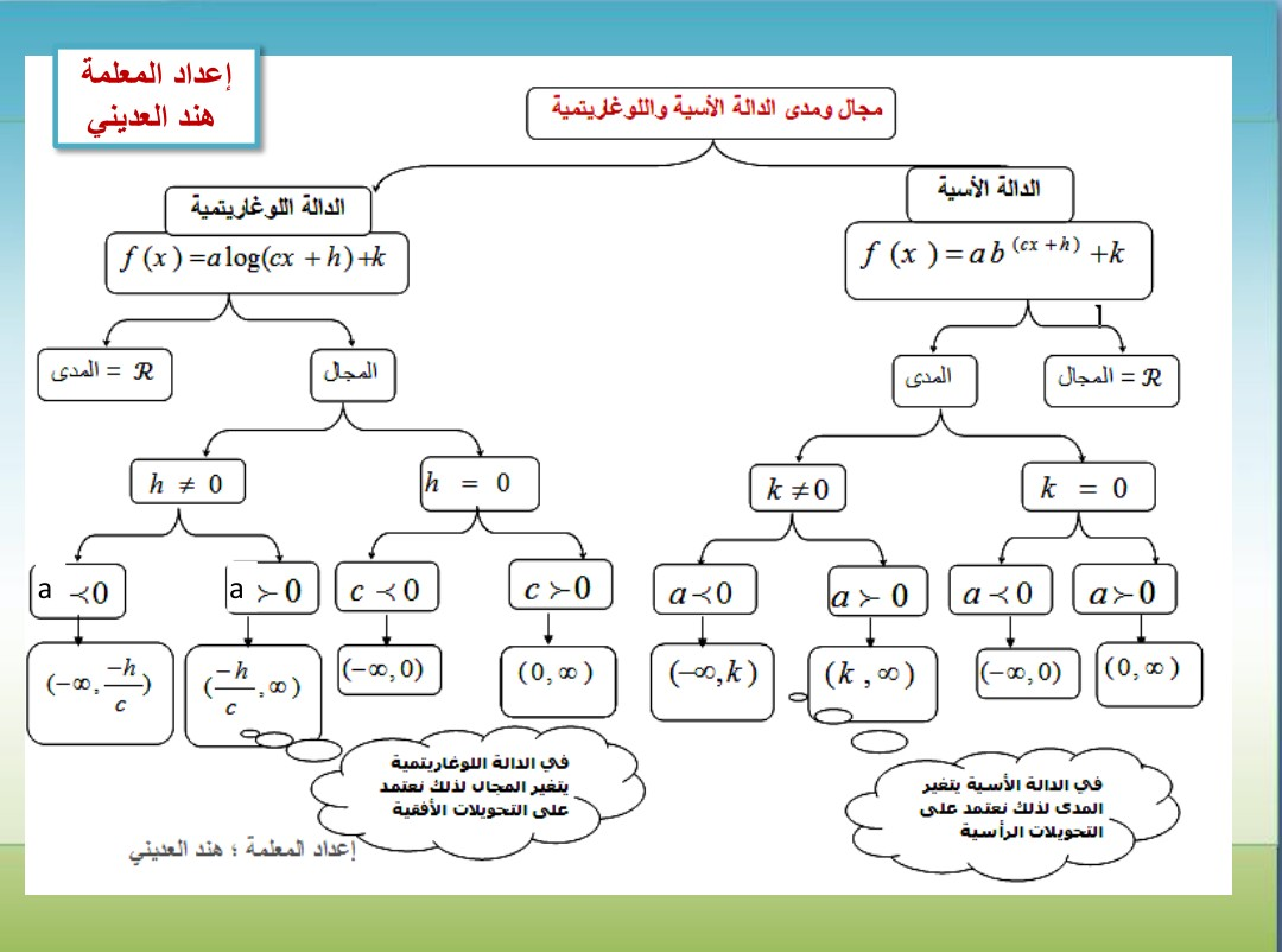
$0 \prec a \prec 1$
توسع تبتعد
عن محور y
المسافة
الأفقية تزداد



إعداد المعلمة
هند العديني
تحديد مدى
الدوال النسبية
الجذور الزوجية
الدالة التربيعية
كل من البسط والمقام من الدرجة الاولى
المقام من الدرجة الاولى والبسط من الدرجة الصفرية
$f(x)=a\sqrt{mx+b}+c$
$f(x)=ax^2+c$
$f(x)=ax^2+bx+c$
$c \neq 0$
$c=0$
$a \succ 0$
$a \prec 0$
$a \succ 0$
$a \prec 0$
$a \succ 0$
$a \prec 0$
$a \succ 0$
$a \prec 0$
$a \succ 0$
$a \prec 0$
$\Re-\{0\}$
$[c,\infty)$
$(-\infty,c]$
$[f(\frac{-b}{2a}),\infty)$
$(-\infty,f(\frac{-b}{2a})]$
R-{ الخط التقاربي الأفقي }
$[c,\infty)$
$(-\infty,c]$
$[0,\infty)$
$(-\infty,0]$



إعداد المعلمة : هند العديني


إعداد المعلمة
هند العديني
مجال ومدى الدالة الأسية واللوغاريتمية
الدالة اللوغاريتمية
$f(x) = a\log(cx+h)+k$
المدى $= \mathcal{R}$
المجال
$h \neq 0$
$h = 0$
$a \prec 0$
$a \succ 0$
$c \prec 0$
$c \succ 0$
$(-\infty, \frac{-h}{c})$
$(\frac{-h}{c}, \infty)$
$(-\infty, 0)$
$(0, \infty)$
الدالة الأسية
$f(x) = ab^{(cx+h)}+k$
المدى
المجال $= \mathcal{R}$
$k \neq 0$
$k = 0$
$a \prec 0$
$a \succ 0$
$a \prec 0$
$a \succ 0$
$(-\infty, k)$
(k, ∞)
$(-\infty, 0)$
$(0, \infty)$
في الدالة اللوغاريتمية يتغير المجال لذلك نعتمد على التحويلات الأفقية
في الدالة الأسية يتغير المدى لذلك نعتمد على التحويلات الرأسية
إعداد المعلمة : هند العديني



إعداد المعلمة
هند العديني

عبارة لوغاريتمية واحده

$\log_b x = a$

نحول للصورة الأسية

ثم نحل المعادلة الأسية

أكثر من عبارة لوغاريتمية

عبارتين لوغاريميتين متساويتين

من خاصية التساوي

$\log_b x = \log_b y \Leftrightarrow x = y$

مجموع لوغاريتمين أو حاصل طرحهما

باستخدام خواص اللوغاريتمات

- نحولها إلى عبارة لوغاريتمية واحدة
  - نحول للصورة الأسية
  - ثم نحل المعادلة الأسية
- نحولها إلى عبارتين لوغاريتمين متساويتين
  - من خاصية التساوي
  - $\log_b x = \log_b y \Leftrightarrow x = y$

ملاحظة هامة :

عند حل المعادلة اللوغاريتمية لابد من التحقق من الحل بالتعويض أو بتحديد المجال والتاكد من وجود الحل في مجال الدالة

تطبيقات الدالة الأسية

دالة النمو الأسي

و تستخدم لحساب الزيادة في قيمة ما بنسبة مئوية ثابتة في فترات زمنية متساوية

$$A(t) = a\,(1+r)^{t}$$

حيث a القيمة الأبتدائية

r النسبة المئوية للنمو

t الفترة الزمنية

دالة الأضمحلال الأسي

و تستخدم لحساب النقص في قيمة ما بنسبة مئوية ثابتة في فترات زمنية متساوية

$$A(t) = a\,(1-r)^{t}$$

حيث a القيمة الأبتدائية

r النسبة المئوية للاضمحلال

t الفترة الزمنية

الربح المركب

و هو الربح الذي يحسب المبلغ المستثمر أو رأس المال مضافا إليه أي ارباح سابقة.

$$A = P\left(1+\frac{r}{n}\right)^{nt}$$

حيث **A** المبلغ الكلي بعد **t** سنة

P المبلغ الأصلي (رأس المال)

n عدد مرات إضافة الربح إلى راس المال في السنة

إعداد المعلمة
هند العديني

خصائص اللوغاريتمات

إذا كانت x, y, b أعدادًا حقيقية موجبة، حيث $b \neq 1$

- $\log_b x = \log_b y$ إذا وفقط إذا كان $x = y$.
- $\log_b xy = \log_b x + \log_b y$.
- $\log_b \frac{x}{y} = \log_b x - \log_b y$
- $\log_b x^m = m \log_b x$

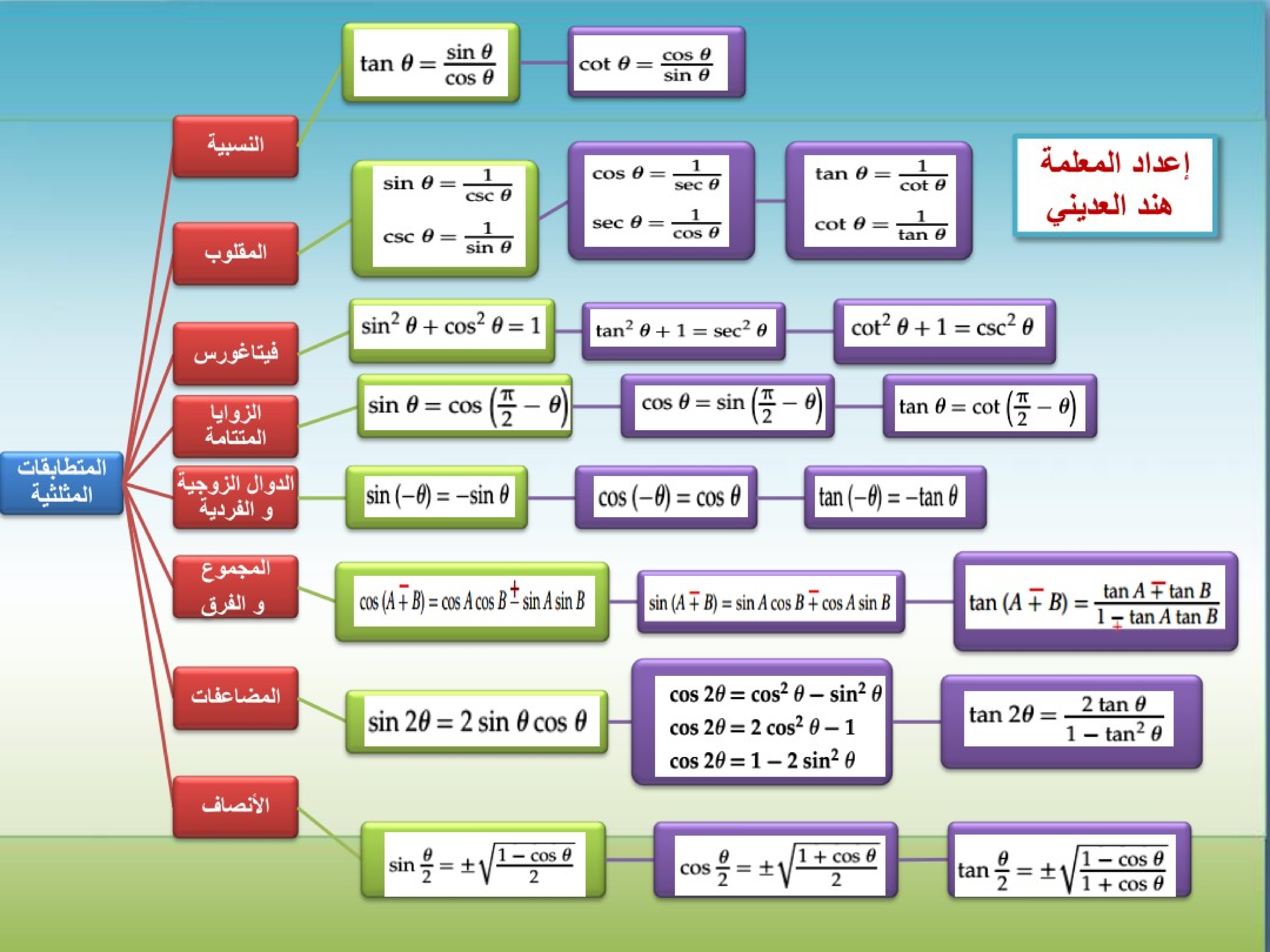
خصائص اللوغاريتمات الأساسية

- $\log_b 1 = 0$
- $\log_b b = 1$
- $\log_b b^x = x$
- $b^{\log_b x} = x, x > 0$

إعداد المعلمة
هند العديني



إعداد المعلمة : هند العديني



إعداد المعلمة
هند العديني
المتطابقات المثلثية
النسبية
$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$
$\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$
المقلوب
$\sin\theta = \frac{1}{\csc\theta}$
$\csc\theta = \frac{1}{\sin\theta}$
$\cos\theta = \frac{1}{\sec\theta}$
$\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$
$\tan\theta = \frac{1}{\cot\theta}$
$\cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}$
فيتاغورس
$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$
$\tan^2\theta + 1 = \sec^2\theta$
$\cot^2\theta + 1 = \csc^2\theta$
الزوايا المتتامة
$\sin\theta = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$
$\cos\theta = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$
$\tan\theta = \cot\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$
الدوال الزوجية و الفردية
$\sin(-\theta) = -\sin\theta$
$\cos(-\theta) = \cos\theta$
$\tan(-\theta) = -\tan\theta$
المجموع و الفرق
$\cos(A \mp B) = \cos A\cos B \pm \sin A\sin B$
$\sin(A \mp B) = \sin A\cos B \mp \cos A\sin B$
$\tan(A \mp B) = \frac{\tan A \mp \tan B}{1 \pm \tan A\tan B}$
المضاعفات
$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$
$\cos 2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta$
$\cos 2\theta = 2\cos^2\theta - 1$
$\cos 2\theta = 1 - 2\sin^2\theta$
$\tan 2\theta = \frac{2\tan\theta}{1 - \tan^2\theta}$
الأنصاف
$\sin\frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{2}}$
$\cos\frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos\theta}{2}}$
$\tan\frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}}$

تحل المعادلات المثلثية كما تحل المعادلات العادية

لحل المعادلات المثلثية نضعها على احد الصور التالية :

$\cos\theta = a \quad , \quad \sin\theta = a \quad , \quad \tan\theta = a$

$a = 0 , 1, -1$

زاوية ربعية

$0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 360^\circ$

خلاف ذلك

نحدد الزاوية عن طريق تحديد إشارة الدالة المثلثية حسب الربع الموجودة فيه نحدد الزاوية θ كالآتي :

θ = إذا كانت الزاوية في الربع الأول

$180^0 - \theta$ = إذا كانت الزاوية في الربع الثاني

$180^0 + \theta$ = إذا كانت الزاوية في الربع الثالث

$360^0 - \theta$ = إذا كانت الزاوية في الربع الرابع

إعداد المعلمة
هند العديني



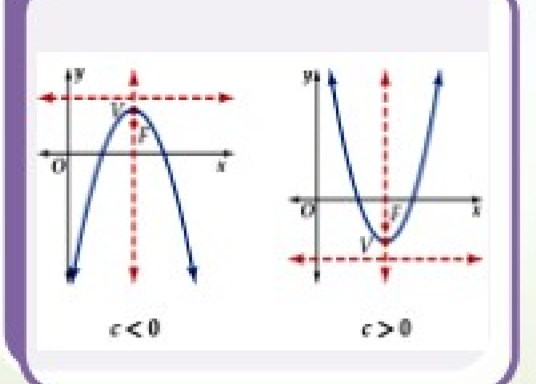
إعداد المعلمة : هند العديني

القطوع المخروطية

القطع المكافئ

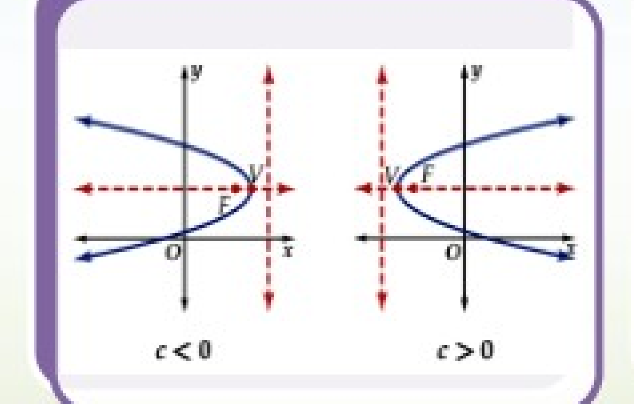
المنحنى مفتوح رأسيا

$$(x-h)^2 = 4c(y-k)$$



المنحنى مفتوح أفقيا

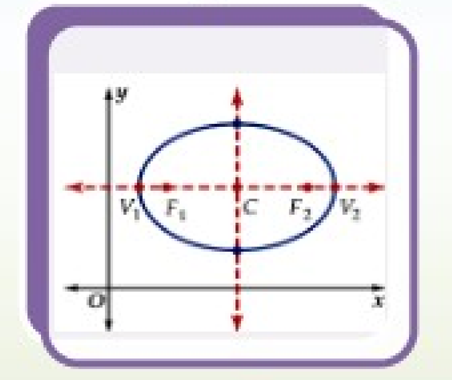
$$(y-k)^2 = 4c(x-h)$$



القطع الناقص

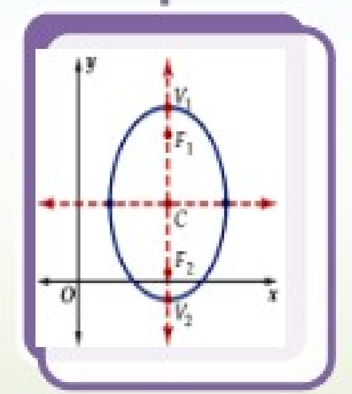
المحور الأكبر أفقي

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$



المحور الأكبر رأسى

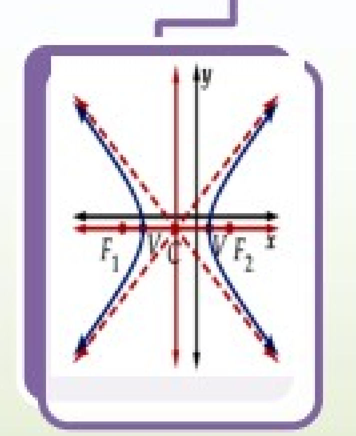
$$\frac{(x-h)^2}{b^2} + \frac{(y-k)^2}{a^2} = 1$$



القطع الزائد

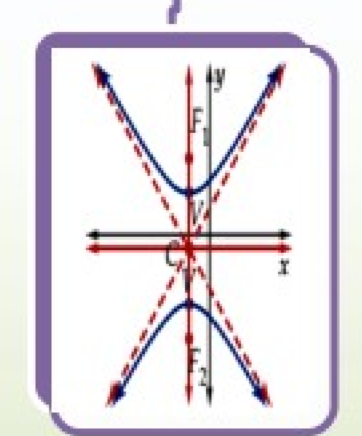
المحور القاطع أفقى

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$



المحور القاطع رأسي

$$\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$$



إعداد المعلمة
هند العديني

تحديد أنواع القطوع المخروطية يمكنك تحديد نوع القطع المخروطي دون أن تكتب المعادلة: $Ax^2+Bxy+Cy^2+Dx+Ey+F=0$ على الصورة القياسية، وذلك باستعمال المميز B^2-4AC.

تصنيف القطوع المخروطية

- $B^2-4AC=0$ — قطع مكافئ
- $B^2-4AC<0, A\neq C$ أو $B\neq 0$ — قطع ناقص
- $B^2-4AC<0, B=0, A=C$ — دائرة
- $B^2-4AC>0$ — قطع زائد

إعداد المعلمة
هند العديني